

3 Nisan 2020

2019-2020 Eğitim-Öğretim Yılı, II. Dönem

NAT102 ANALİZ II, 1. QUIZ SIKIYI

SORULAR

- ① a) İspatlayınız ki; $f(x) = \sqrt{x}$ fonksiyonu $[0, \infty)$ üzerinde süreklidir.
- b) İspatlayınız ki; $g(x)$ negatif olmayan ve sürekli bir fonksiyon ise $\sqrt{g(x)}$ fonksiyonu da süreklidir.
- c) İspatlayınız ki; $g(x)$ sürekli ise $|g(x)|$ de süreklidir.
- ② $x + \sin x = 1$ denklemini $[0, \pi/6]$ aralığında en az bir çözüme sahiptir gösteriniz. (Kullandığınız teoremi ifade ediniz.)
- ③ $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan kx}{x}, & x < 0 \\ 3x + 2k^2, & x \geq 0 \end{cases}$ fonksiyonunun sürekli yapan $k \neq 0$ sayısını bulunuz.

Not: 1. soru 40 puan;

2. ve 3. sorular 30 ar puandır.

Soruları cevaplarken ara işlemleri göstermeniz gerekir.

Başarılar . .

Prof. Dr. B. SAĞIR DUCHAR

Prof. Dr. İ. ERGİLMAZ

1. Quiz Gözlemler

Gözlem: (1) a) $c > 0$ ise $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) = f(c)$;

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0 = f(0)$ ve böylere $f(x)$, $[0, \infty)$ da sürekli.

b) $f(x)$ sürekli, dolayısıyla $g(x)$ sürekli ve negatif değil, sürekli iki fonksiyonun bileşkesi sürekli olduğundan $\overline{f(x)}$ sürebli'dir.

c) Mutlak değer fonksiyonu sürekli, $g(x)$ sürekli \Rightarrow sürekli iki fonksiyonun bileşkesi sürekli olduğundan $|g(x)|$ fonksiyonu sürebli'dir.

(2) $f(x) = x + \sin x - 1$ fonksiyonu $[0, \pi/6]$ da sürebli'dir.

$$f(0) = 0 + \sin 0 - 1 \Rightarrow f(0) = -1 < 0,$$

$$f(\pi/6) = \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2} > 0 \text{ olduğundan}$$

Aradeğer teoremine göre " f , $[a, b]$ de sürebli ve $f(a)$ ile $f(b)$ ters işaretli ise $f(x) = 0$ olarak şetilde (a, b) de bir x noktası vardır"

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x + \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow x + \sin x = 1$$

denkleminin bir çözüümü vardır.

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\tan kx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{k}{\cos kx} \cdot \frac{\sin kx}{kx} = k ;$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + 2k^2) = 2k^2 ;$$

$$f(0) = 2k^2 ;$$

Böylere $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2k^2 = k \Leftrightarrow 2k^2 - k = 0$

$$\Leftrightarrow k(2k - 1) = 0 \Leftrightarrow k = 0, \boxed{k = \frac{1}{2}}$$